

# ESERCITAZIONI DI AZIONAMENTI ELETTRICI

## Circuiti equivalenti della macchina asincrona.

1. Le prove a vuoto e a rotore bloccato di una macchina asincrona, eseguite in laboratorio, hanno dato i seguenti risultati:

### Prova a vuoto

Tensione concatenata:	220 V
Corrente di linea:	20 A
Potenza totale entrante:	1000 W
Perdite per attrito e ventilazione:	400 W

### Prova a rotore bloccato

Tensione concatenata:	30 V
Corrente di linea:	50 A
Potenza entrante:	1500 W

La macchina è collegata a stella e ha uno scorrimento nominale  $s_n = 0.035$ . Si ricavino i parametri del circuito equivalente per il funzionamento a regime e si valutino la potenza nominale e il rendimento della macchina in condizioni nominali.

2. Un motore asincrono a 6 poli, collegato a stella, con tensione nominale  $V_n=220$  V, ha i seguenti parametri:

$$r_1=0,25 \Omega, r_2'=0,16 \Omega$$

$$x_1=0,47 \Omega, x_2'=0,28 \Omega, x_m=12 \Omega$$

Si valuti:

- la coppia allo spunto per un avviamento diretto dalla linea;
- la coppia in corrispondenza dello scorrimento nominale  $s_n=0,025$ ;
- la potenza meccanica utile all'albero, sapendo che le perdite per attrito e ventilazione assommano a 350 W.

3. Un motore asincrono trifase, della potenza di 55 kW, 380 V, collegato a stella, ha i seguenti parametri:

$$r_1 = 0,09 \Omega, r_2 = 0,07 \Omega$$

$$x_1 = 0,15 \Omega, x_2 = 0,125 \Omega, x_m = 5 \Omega$$

Si consideri il campo di operazioni in cui la macchina fornisce una potenza da 0% a 125% della potenza nominale, e in diversi punti di carico (e quindi di scorrimento) si valutino:

- il modulo della corrente di statore
- la potenza resa
- la potenza di ingresso
- il rendimento
- il fattore di potenza



## Esercitazione - Circuiti equivalenti della macchina asincrona.

### SOLUZIONI

1 I dati delle prove a vuoto e a rotore bloccato si utilizzano per ricavare i parametri del circuito equivalente (in maniera analoga a quanto si fa per il trasformatore).

NB. La prova a rotore bloccato equivale alla Prova in corto circuito del trasformatore.

NB. Per il motore asincrono entrambe le prove sono svolte sul lato statore, perché il rotore generalmente non è accessibile.

Dalla **prova a vuoto** ( $s=0$ ), trascurando in prima approssimazione la resistenza e la reattanza di dispersione dello statore, si ricavano i parametri del ramo magnetizzante  $R_m$  e  $X_m$ .

La potenza assorbita a vuoto, cioè con il rotore alla velocità di sincronismo, è data dalla somma delle perdite nel ferro (che ci interessano per il calcolo dei parametri) e delle perdite di tipo meccanico per attrito e ventilazione. In questo caso queste ultime sono note e pertanto vanno sottratte alla potenza totale assorbita a vuoto per ricavare le perdite nel ferro:

$$P_{Fe} = P_0 - P_{av} = 1000 - 400 = 600 \text{ W.}$$

$$\text{Calcolo la tensione di fase: } V_f = V_{linea} / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127 \text{ V}$$

$$\text{Le perdite nel ferro per ogni fase: } P_{Fef} = P_{Fe} / 3 = 200 \text{ W}$$

Analogamente a quanto visto per il trasformatore si ricava la resistenza magnetizzante:

$$R_m = V_f^2 / P_{Fef} = 80.6 \ \Omega$$

Si ricavano quindi la corrente resistiva, quella reattiva e quindi la reattanza magnetizzante:

$$I_{Rm} = V_f / R_m = 1.57 \text{ A}; I_{Xm} = \sqrt{(I_0^2 - I_{Rm}^2)} = 19.9 \text{ A}; X_m = V_f / I_{Xm} = 6.33 \ \Omega$$

Dalla **prova a rotore bloccato** trascurando il ramo magnetizzante si ricavano infine i parametri degli avvolgimenti di statore e rotore e precisamente  $R_{tot} = R_1 + R_2'$  e  $X_{tot} = X_1 + X_2'$

La tensione di fase applicata a rotore bloccato:

$$V_{rbf} = V_{rb} / \sqrt{3} = 30 / \sqrt{3} = 17.3 \text{ V}$$

$$R_{tot} = (P_{rb} / 3) / I_{rb}^2 = 0.2 \ \Omega$$

L'impedenza totale a rotore bloccato e la reattanza si ricavano di conseguenza:

$$Z_{rb} = V_{rbf} / I_{rb} = 0.346 \ \Omega; X_{rb} = \sqrt{(Z_{rb}^2 - R_{tot}^2)} = 0.28 \ \Omega$$

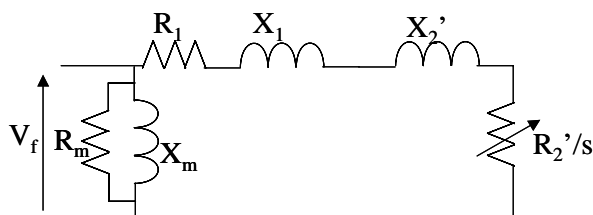
In mancanza di altre informazioni l'impedenza può essere distribuita equamente tra statore e rotore:

$$R_1 = R_{tot} / 2; R_2' = R_{tot} / 2 \text{ così pure per la reattanza.}$$

Il rendimento.

$$\eta = P_{utile} / P_{entrante}.$$

Per il calcolo delle potenze ci si può ricondurre al circuito equivalente semplificato:



In condizioni nominali lo scorrimento è quello nominale:  $s_n = 0.035$ .

La potenza attiva totale entrante si può calcolare come la somma di tutte le potenze dissipate sulle resistenze del circuito equivalente (rappresentano sia le perdite, sia la potenza meccanica):

$$P_{\text{entrante}} = 3 \cdot \left[ \frac{V_f^2}{R_m} + I_2'^2 \left( R_1 + \frac{R_2'}{s} \right) \right]$$

Per il calcolo di  $I_2'$ :

$$I_2' = \frac{V_f}{\sqrt{\left( R_1 + \frac{R_2'}{s} \right)^2 + (X_1 + X_2')^2}} = 42,7 \text{ A}$$

Sostituendo il valore della corrente si ottiene:

$$P_{\text{entrante}} = 16775 \text{ W}$$

La potenza meccanica è rappresentata dalla potenza dissipata sulla resistenza  $R_2'(1/s - 1)$ :

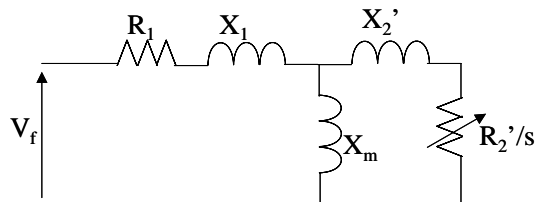
$$P_{\text{meccanica}} = 3 R_2'(1/s - 1) I_2'^2 = 15081 \text{ W}$$

A questa bisogna sottrarre la potenza meccanica dissipata per attrito e ventilazione per ottenere la potenza meccanica utile:

$$P_{\text{utile}} = 15081 - 400 = 14681$$

Infine il rendimento  $\eta = P_{\text{utile}} / P_{\text{entrante}} = 0.875$

2. Considerando i dati disponibili è possibile ricavare il circuito equivalente:



Il calcolo della corrente  $I_2'$  si può eseguire con un qualunque metodo noto dall'elettrotecnica, una volta che sia stato definito il valore di  $s$ .

Ad es. si può calcolare dapprima la corrente  $I_1$  come rapporto della tensione di fase e dell'impedenza equivalente del circuito vista dai morsetti di ingresso.

Quindi  $I_2'$  si ottiene dalla **regola dell'arco doppio**:

$$I_2' = I_1 \frac{jX_m}{jX_m + \left( \frac{R_2'}{s} + jX_2' \right)}$$

La coppia è data dalla formula

$$C_e = 3(pp) \frac{R_2' I_2'^2}{s \cdot \omega}$$

Infine la potenza utile si ottiene sottraendo alla potenza meccanica totale la potenza perduta per attrito e ventilazione:

Il calcolo nelle condizioni di spunto ( $s = 1$ ) da i seguenti risultati:

$$I_1 = 149.9 \text{ A}; I_2' = 146.5 \text{ A}; C_e = 98.3 \text{ Nm}; P_{\text{utile}} = 0 \text{ (a velocità nulla la potenza meccanica è nulla)}.$$

$$P_{\text{utile}} = P_m - P_{\text{av}}$$

Nel caso di funzionamento in condizioni nominali ( $s = 0.025$ ) si ottiene:

$$I_1 = 21.14 \text{ A}; \quad I_2' = 18.32 \text{ A}; \quad C_e = 61.5 \text{ Nm}; \quad P_{\text{utile}} = 5.93 \text{ kW}$$

Un metodo più semplice, anche se approssimato, per il calcolo di  $I_2'$  si può eseguire considerando un circuito semplificato ottenuto riportando a monte il ramo magnetizzante (come nell'esercizio n. 1).

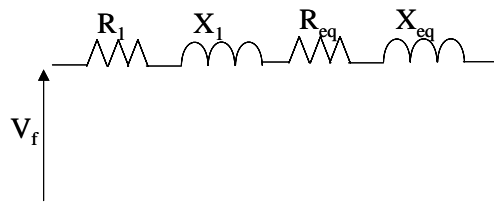
3. Il valore dello scorrimento nominale è quello per cui la macchina eroga una potenza utile pari alla potenza nominale.

Poiché risulterebbe molto complesso scrivere un'equazione che riporti in forma analitica il valore dello scorrimento in funzione della potenza resa, è più conveniente fissare diversi valori dello scorrimento (es. 0., 0.01, 0.02, 0.05) e in corrispondenza di ciascuno di essi ricavare la potenza utile con un calcolo diretto relativamente semplice, eventualmente realizzabile con un programma di calcolo. Se tra i valori di potenza così calcolati si ritrova quella nominale, allora il valore di scorrimento corrispondente è quello nominale.

Diversamente si può procedere per interpolazione tra i valori di scorrimento più vicini.

Il calcolo della potenza utile può essere condotto secondo lo schema dell'esercizio precedente. Alternativamente si può seguire il seguente schema:

a. Risolvere il parallelo dei rami magnetizzante e di rotore, ricavando una  $R_{\text{eq}}$  e una  $X_{\text{eq}}$



b. Calcolare la corrente  $I_1 = V_{if} / (Z_1 + Z_{\text{eq}})$

c. Calcolare la Potenza totale di ingresso, che corrisponde alla potenza dissipata complessivamente su tutte le resistenze del circuito equivalente:

$$P_{\text{in}} = 3 I_1^2 (R_1 + R_{\text{eq}})$$

d. Calcolare la potenza meccanica resa complessivamente ricordando che tale potenza è data dalla potenza attiva totale trasmessa al rotore depurata della potenza dissipata dalla resistenza  $R_2$ . Precisamente  $P_m = P_{\text{trasmessa}} (1 - s)$

Nello schema considerato la potenza totale trasmessa è quella dissipata dalla resistenza  $R_{\text{eq}}$  pertanto:

$$P_m = 3 I_1^2 R_{\text{eq}} (1 - s)$$

e. La potenza utile uguale a  $P_{\text{utile}} = P_m - P_{\text{av}} = P_m - 3000$

f. Il rendimento di conseguenza è  $\eta = P_{\text{utile}} / P_{\text{in}}$

g. Il fattore di potenza (ai morsetti di ingresso):

$$\cos\Phi = P_{\text{attiva}} / A = (3 P_{\text{in}}) / (3 V_{\text{if}} I_1)$$

Scorrimento	$I_1$ (A)	$P_{\text{utile}}$ (kW)	$P_{\text{in}}$ (kW)	$\eta$	cos
0.01	52.12	15.76	19.68	0.8	0.574
0.02	73.53	33.11	38.31	0.864	0.792
0.03	98.57	49	56.24	0.871	0.867
0.04	124.36	63.44	73.39	0.865	0.897
0.05	149.91	76.42	89.66	0.852	0.909
<b>0.034</b>	108.87	<b>54.96</b>	63.2	0.87	0.882

Lo scorrimento nominale è dunque  $S_n = 0.034$